生産者行動の理論(3)

- 費用関数の導出
  - 全ての生産要素が可変的な場合
  - 可変的生産要素が1種類の場合
  - 短期費用曲線と長期費用曲線
- 生産要素の需要

費用関数の導出

- 費用関数
  産出量Q → 費用最小化 → 最小費用 $C=C(Q)$
- 費用最小化行動
  - 生産要素価格は所与（市場で決まっている）
  - 一定の産出量を実現するために，どのような生産要素の投入量が費用を最小にするか

以下では次のケースを検討する

1. 全ての生産要素が可変的な場合（長期）
2. 固定的な生産要素が存在する場合（短期）

費用最小化
全ての生産要素が可変的な場合

- 2種類の生産要素

  L : 労働の投入量

  K : 資本の投入量

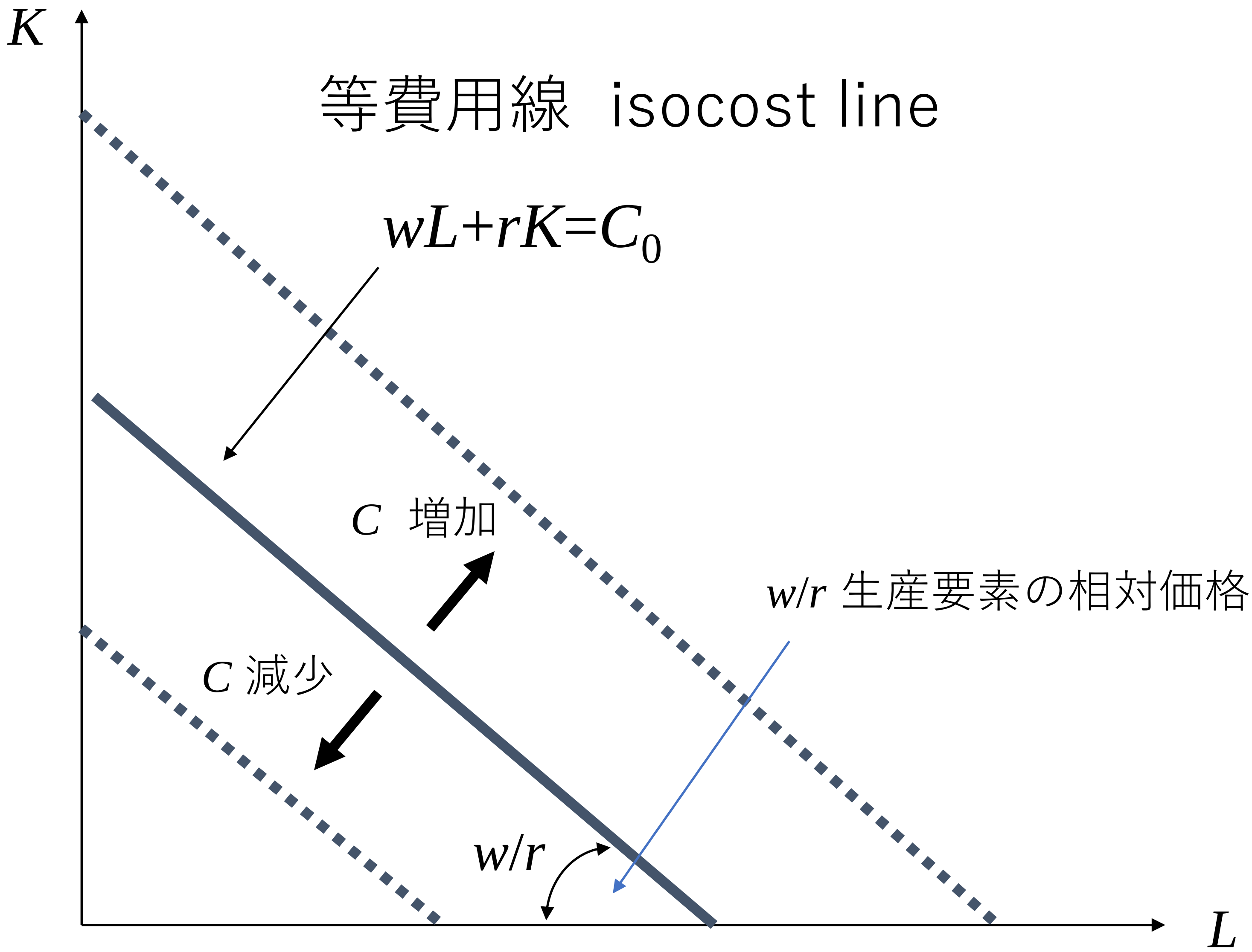
  w : 労働1単位あたりの費用（所与）

  r : 資本1単位あたりの費用（所与）

- 費用最小化問題

$$\min C = wL + rK$$
$$\text{s.t.} \quad F(K, L) = Q_0$$

費用最小化(2)



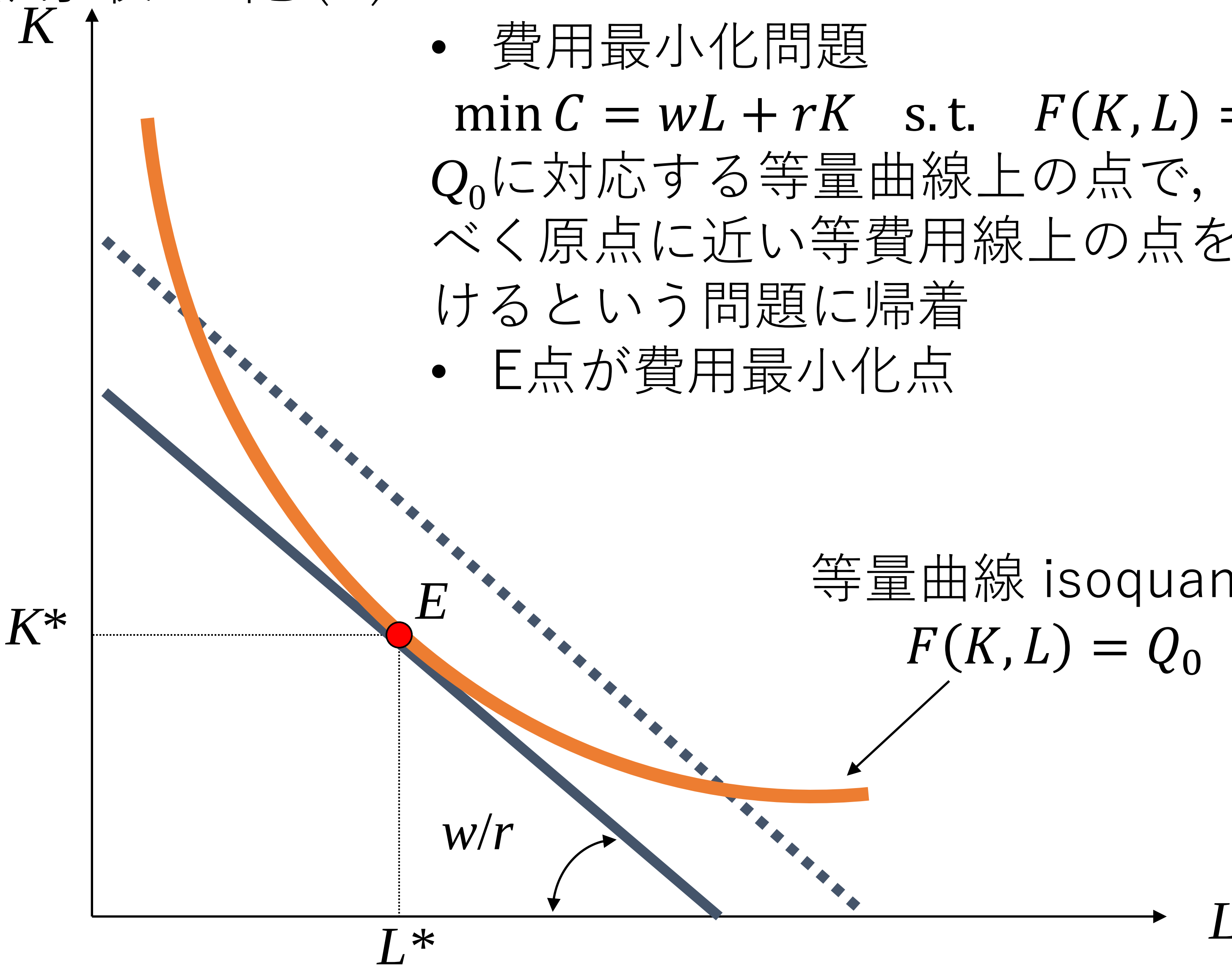
費用最小化(3)

- 費用最小化問題

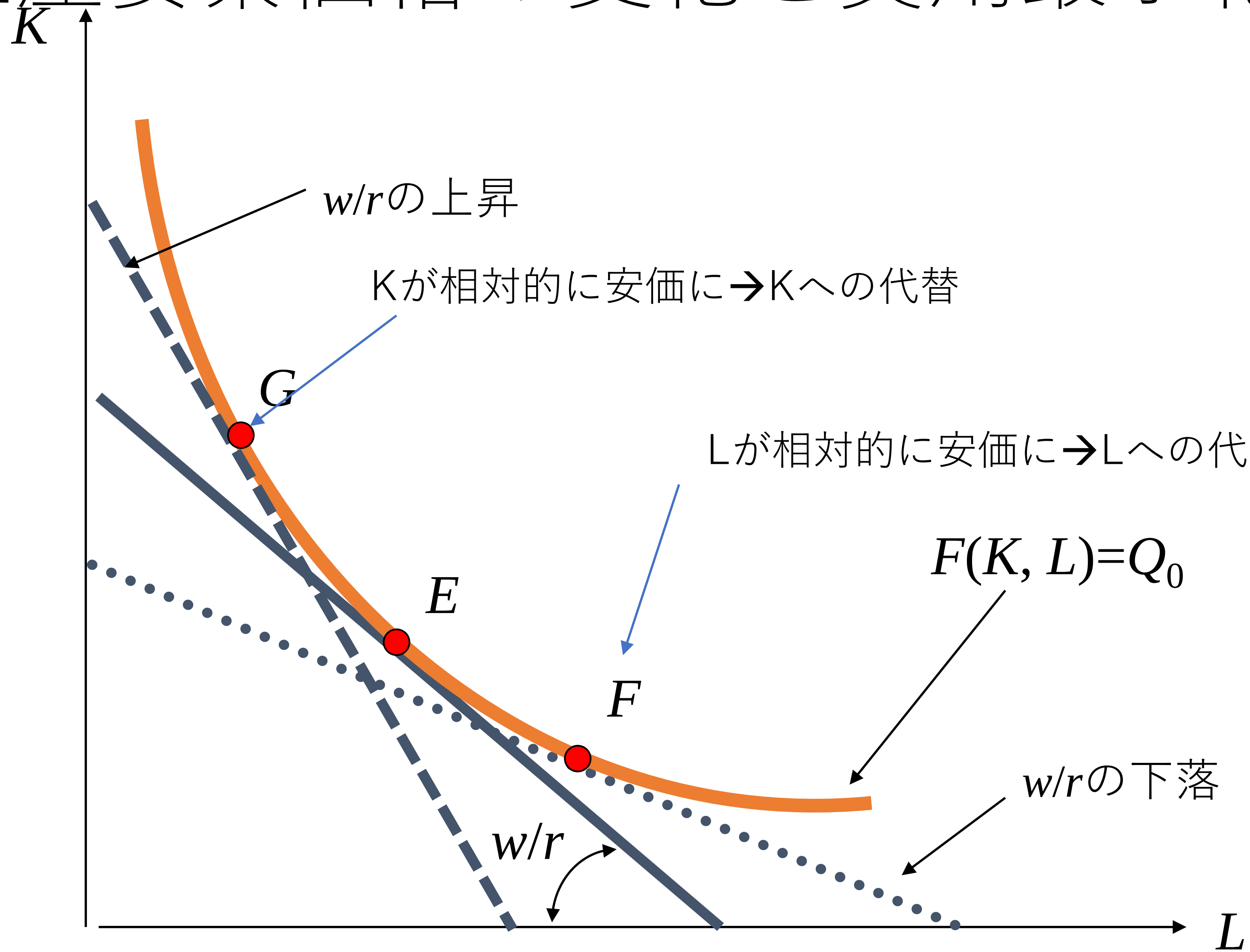
$$\min C = wL + rK \quad \text{s.t.} \quad F(K, L) = Q_0$$

Q_0に対応する等量曲線上の点で，なるべく原点に近い等費用線上の点を見つけるという問題に帰着

- E点が費用最小化点



生産要素価格の変化と費用最小化



費用最小化の条件

1. 等量曲線と等費用線の接点
2. $RTS = w/r$

   RTS : 技術的限界代替率

   w/r 予算線の傾き（生産要素の相対価格）

生産要素価格(w, r)が与えられる

→産出量Qのもとで費用を最小にする生産要素の投入量の決定

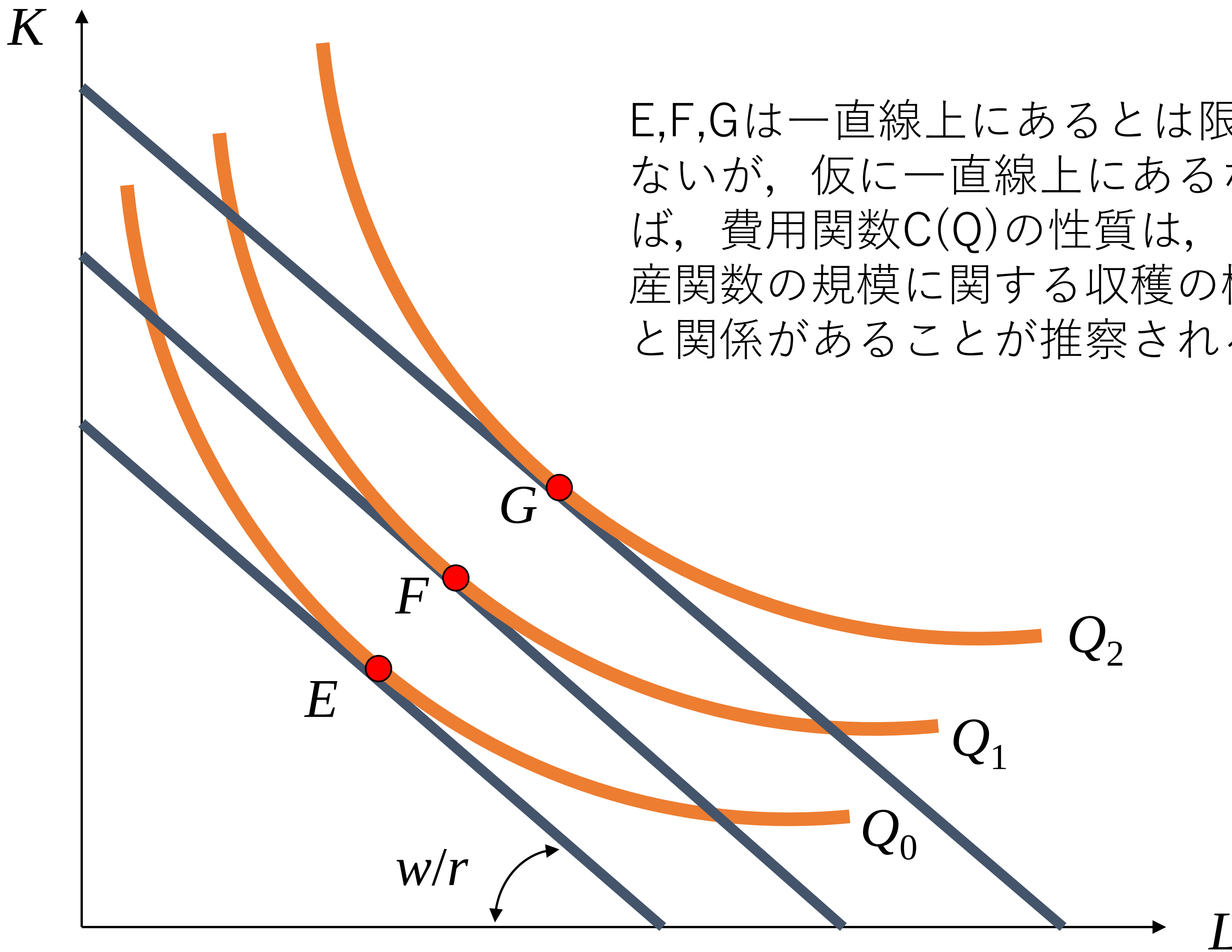
$L^*(w, r, Q)$, $K^*(w, r, Q)$

→最小費用 $C = w\, L^*(w, r, Q) + r\, K^*(w, r, Q)$　費用関数

一般に費用関数は $C(w,r,Q)$と表せる

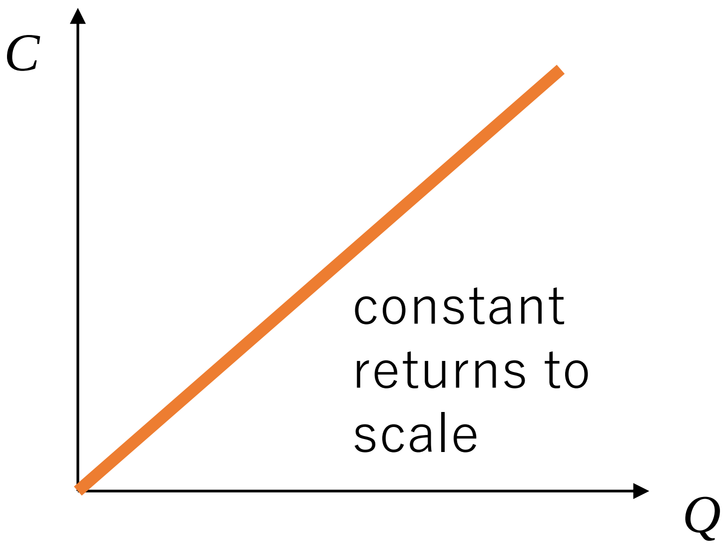
通常は(w, r)を明示しないで $C(Q)$

産出量と最小費用の関係



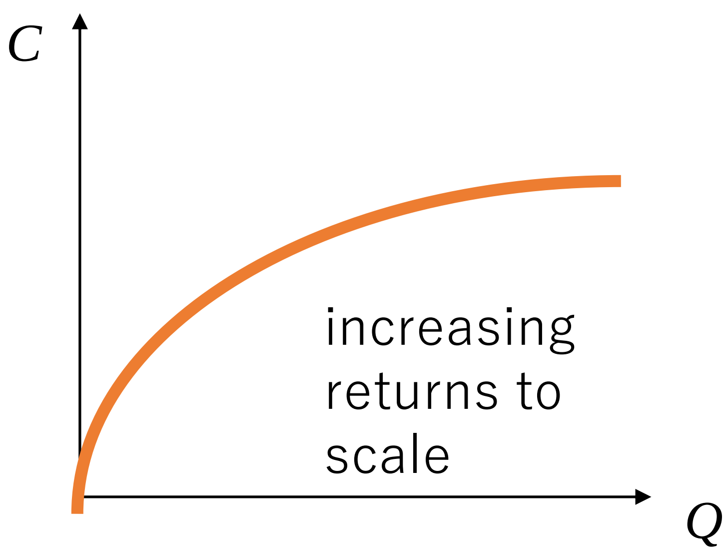
E,F,Gは一直線上にあるとは限らないが，仮に一直線上にあるならば，費用関数C(Q)の性質は，生産関数の規模に関する収穫の概念と関係があることが推察される

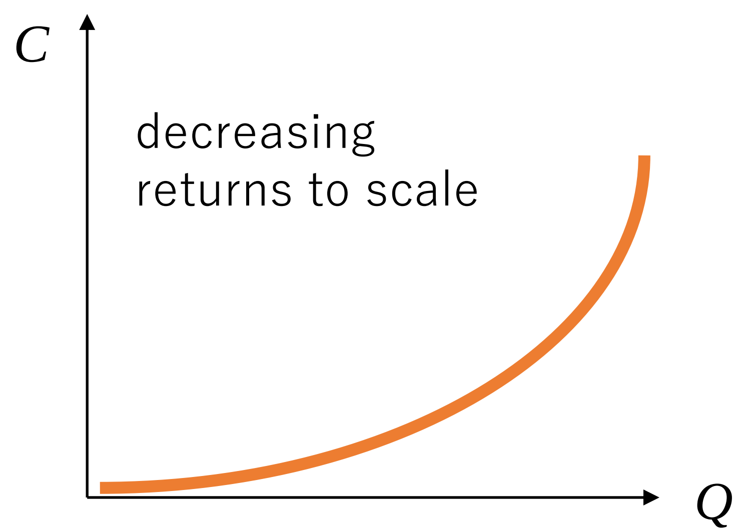
費用関数の形状



生産関数の規模に関する収穫と費用関数の形状の関係

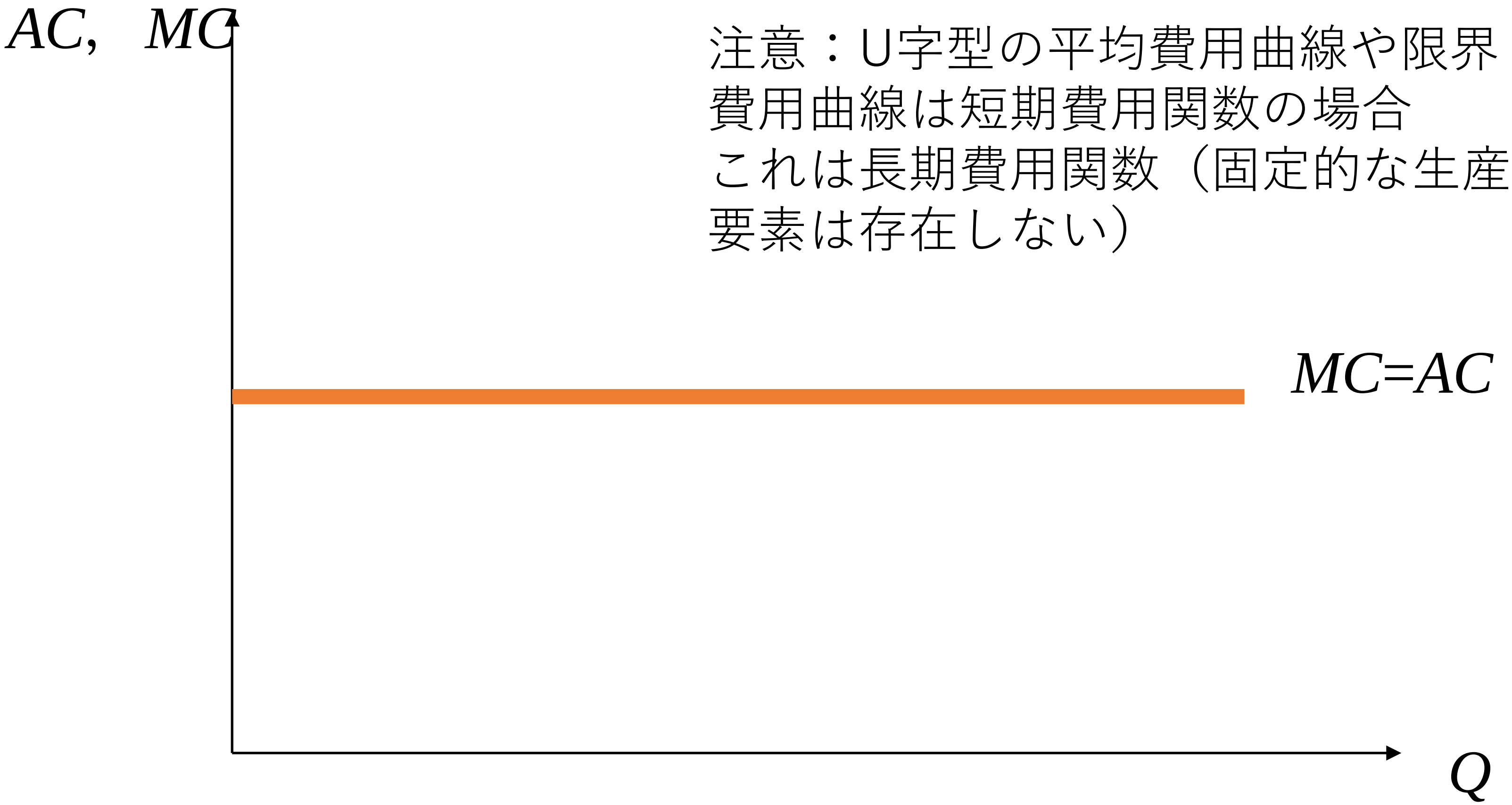
規模に関する収穫一定→Qを2倍にするためにはLとKも2倍にする必要→費用も2倍→費用関数を表す曲線は原点を通る直線になる→限界費用=平均費用が成立





規模に関する収穫一定の場合の平均費用関数，限界費用関数

注意：U字型の平均費用曲線や限界費用曲線は短期費用関数の場合
これは長期費用関数（固定的な生産要素は存在しない）



可変的な生産要素が1種類のケース

- Kは所与（固定的生産要素）とする： K=K_0
- Lのみが可変的

費用最小化問題

$$\min C(w, r, Q_0) = wL + rK_0$$
$$\text{s.t.}\ \ F(K_0, L) = Q_0$$

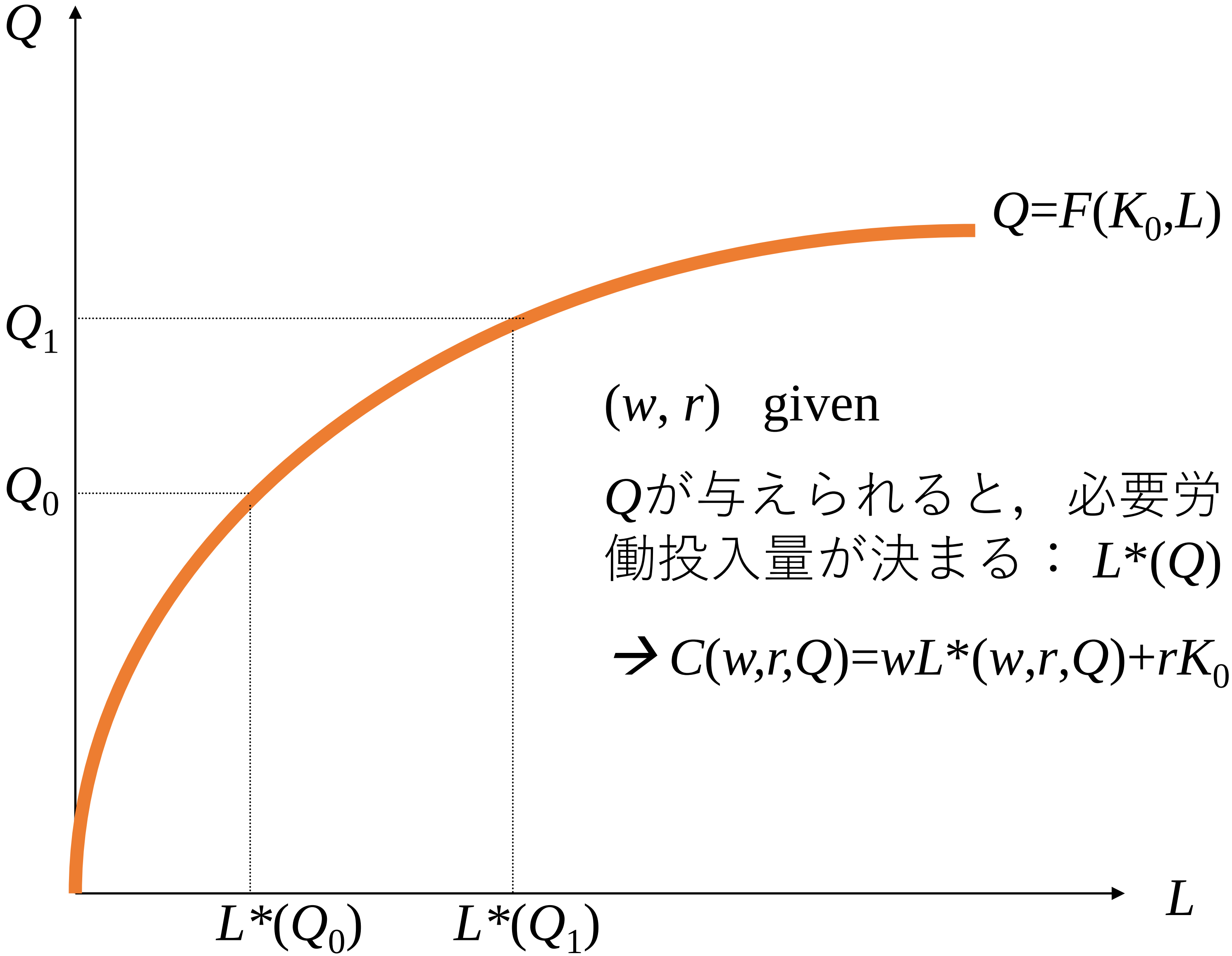
制約条件からQ_0を実現するLの投入量が一意的に決まる
→$L*(w,r,Q_0)$とすると,

費用関数

$$C(w, r, Q_0) = wL^*(w, r, Q_0) + rK_0$$

- 可変費用　　$wL*$
- 固定定費用　rK_0

費用関数の導出

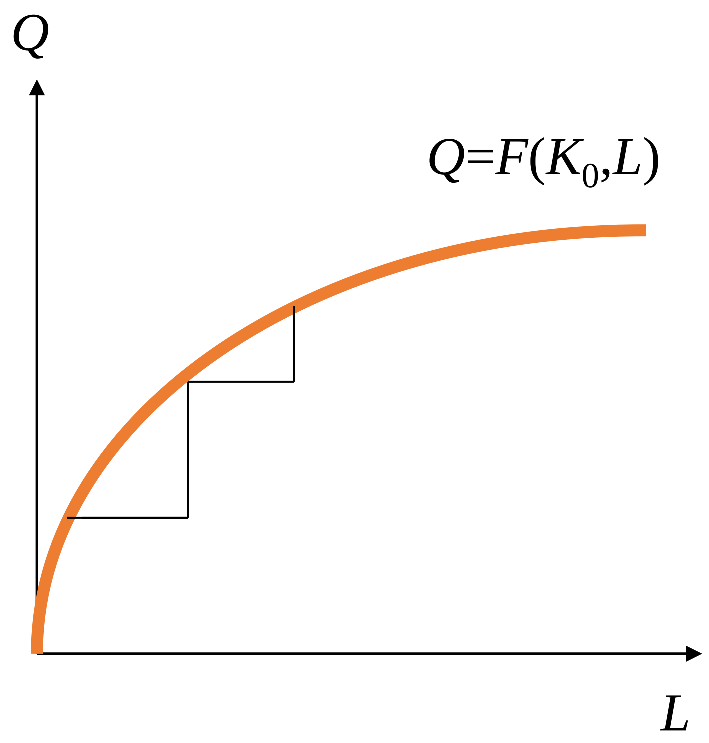


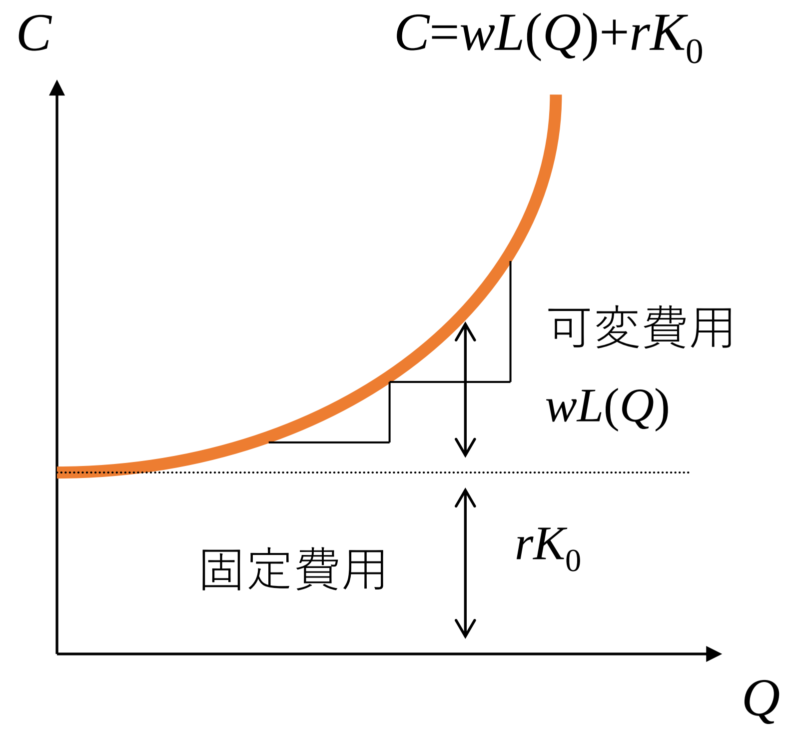
(w, r) given

Qが与えられると，必要労働投入量が決まる： $L^*(Q)$

→ $C(w,r,Q)=wL^*(w,r,Q)+rK_0$

生産関数と費用関数





労働の限界生産物が逓減する→限界費用が逓増する

限界生産物と限界費用の関係

労働のみ可変的な場合　限界費用は？

$$\frac{\Delta C}{\Delta Q} = w\frac{\Delta L}{\Delta Q}$$

QをΔQだけ増やす時，Lをどのくらい増加させればよいか

$$\frac{\Delta L}{\Delta Q} = \frac{1}{\Delta Q/\Delta L} = \frac{1}{MPL}$$

したがって

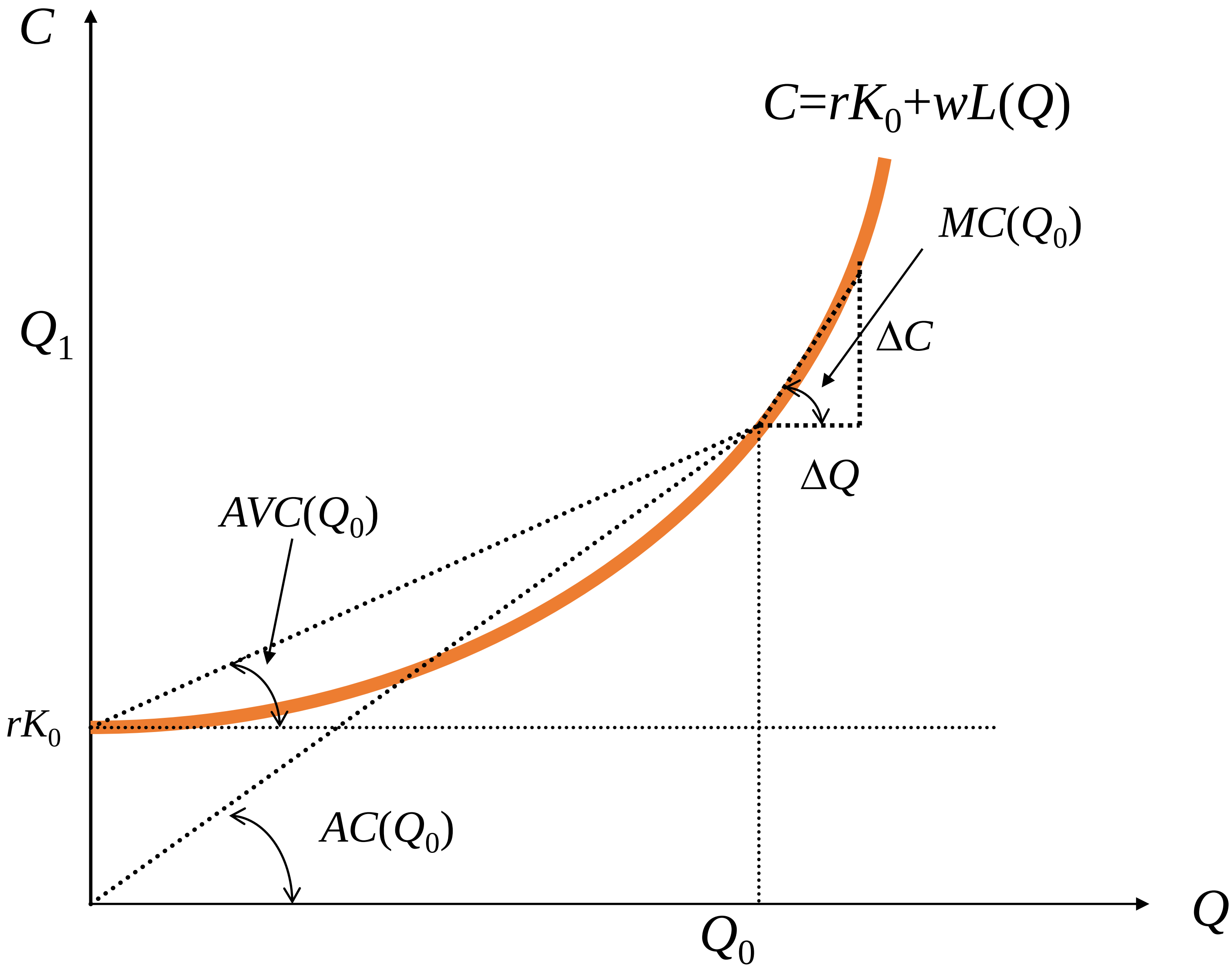
$$\frac{\Delta C}{\Delta Q} = w\frac{\Delta L}{\Delta Q} = w\frac{1}{\Delta Q/\Delta L} = w\frac{1}{MPL}$$

限界生産物の逓減　→　限界費用逓増

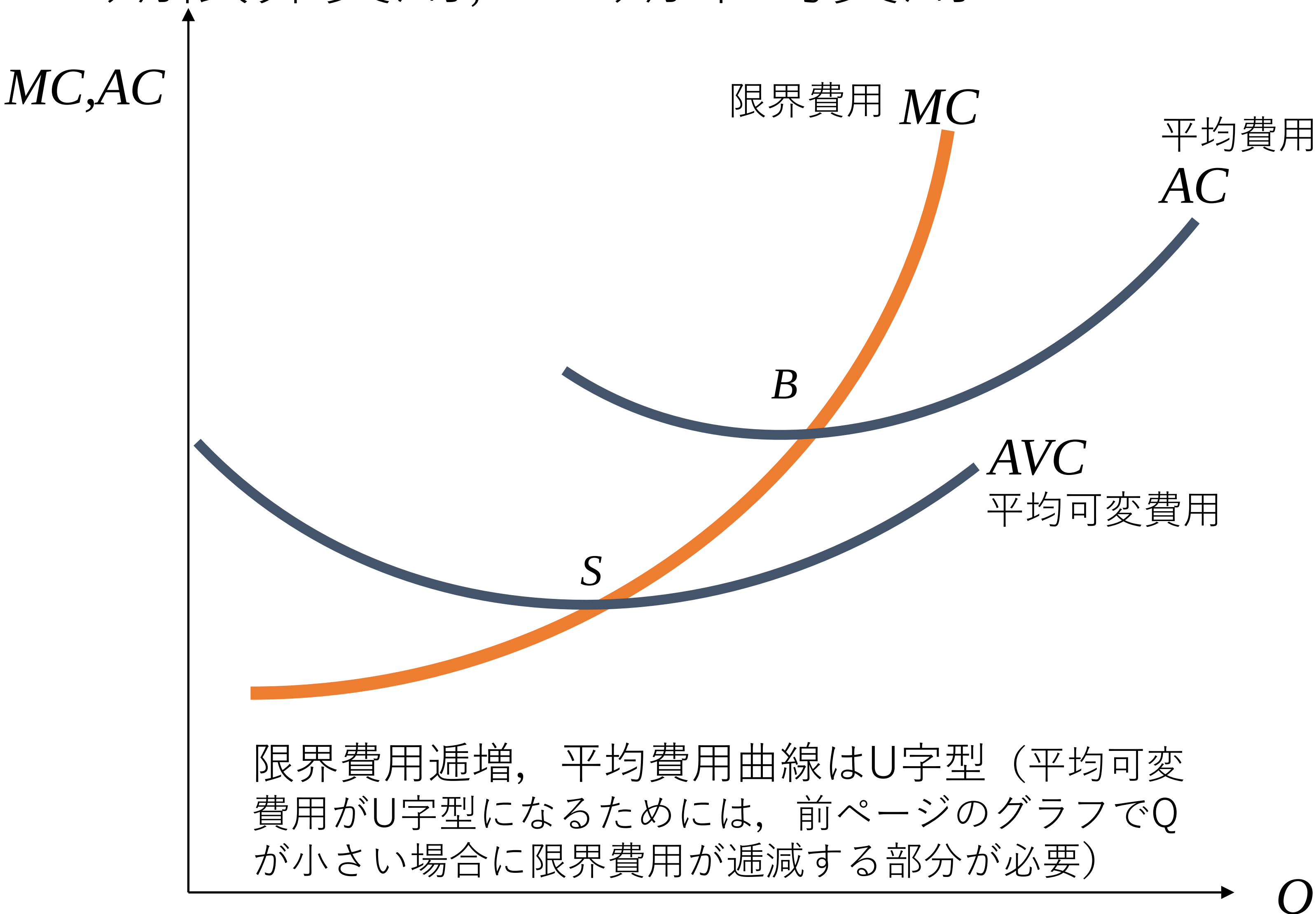
生産における短期と長期

- 長期：全ての生産要素が可変的なケース
- 短期：一部の生産要素の投入量を変更できない
  - 固定的生産要素の存在
- 現実の時間に即した概念ではない
- あくまでも生産要素の投入量の調整が行えるかどうか

短期費用関数

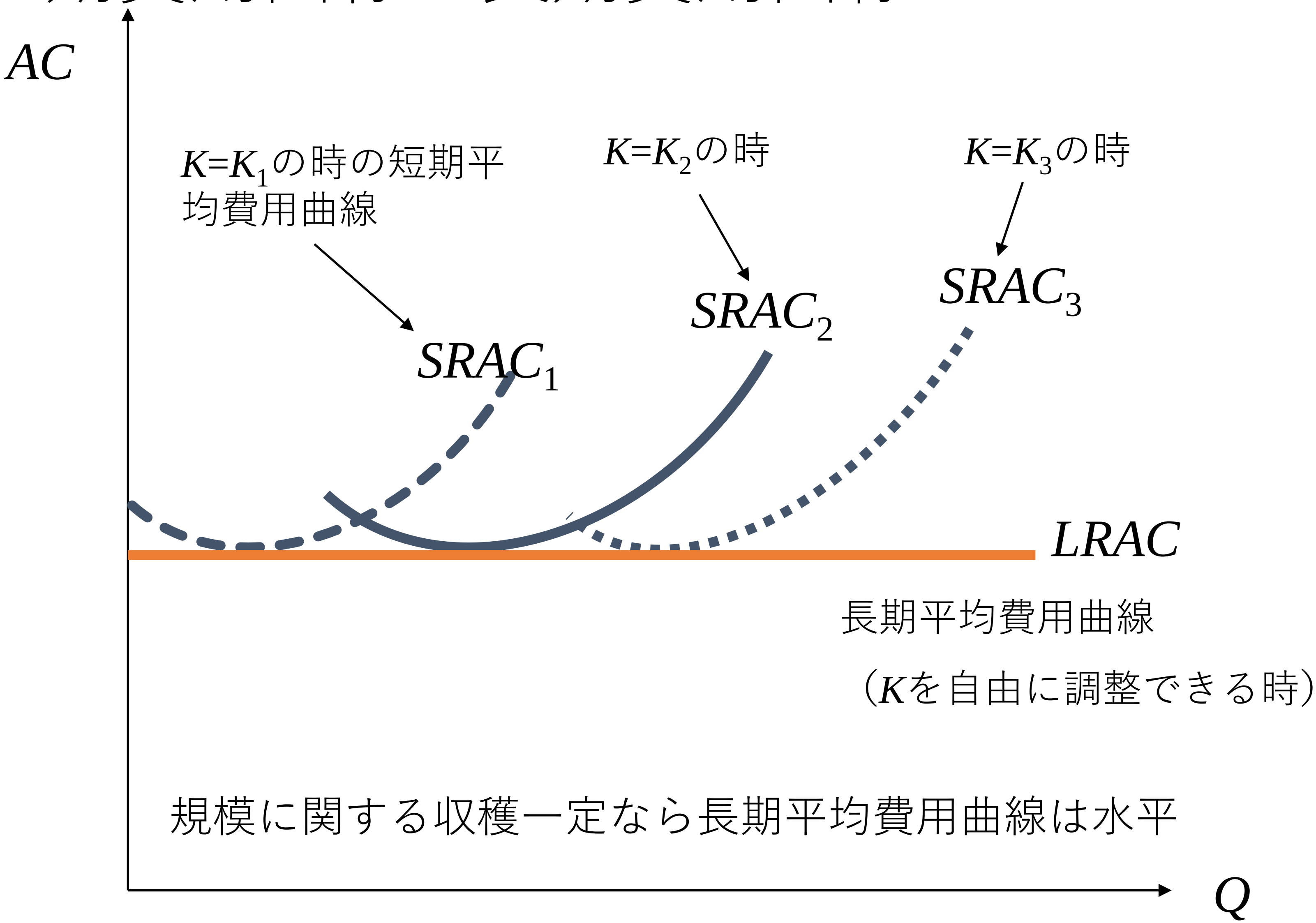


短期限界費用，短期平均費用



B点，S点は平均費用，平均可変費用の最小点

短期費用曲線と長期費用曲線



生産要素の需要

最適な労働投入量

Kは固定$(=K_0)$

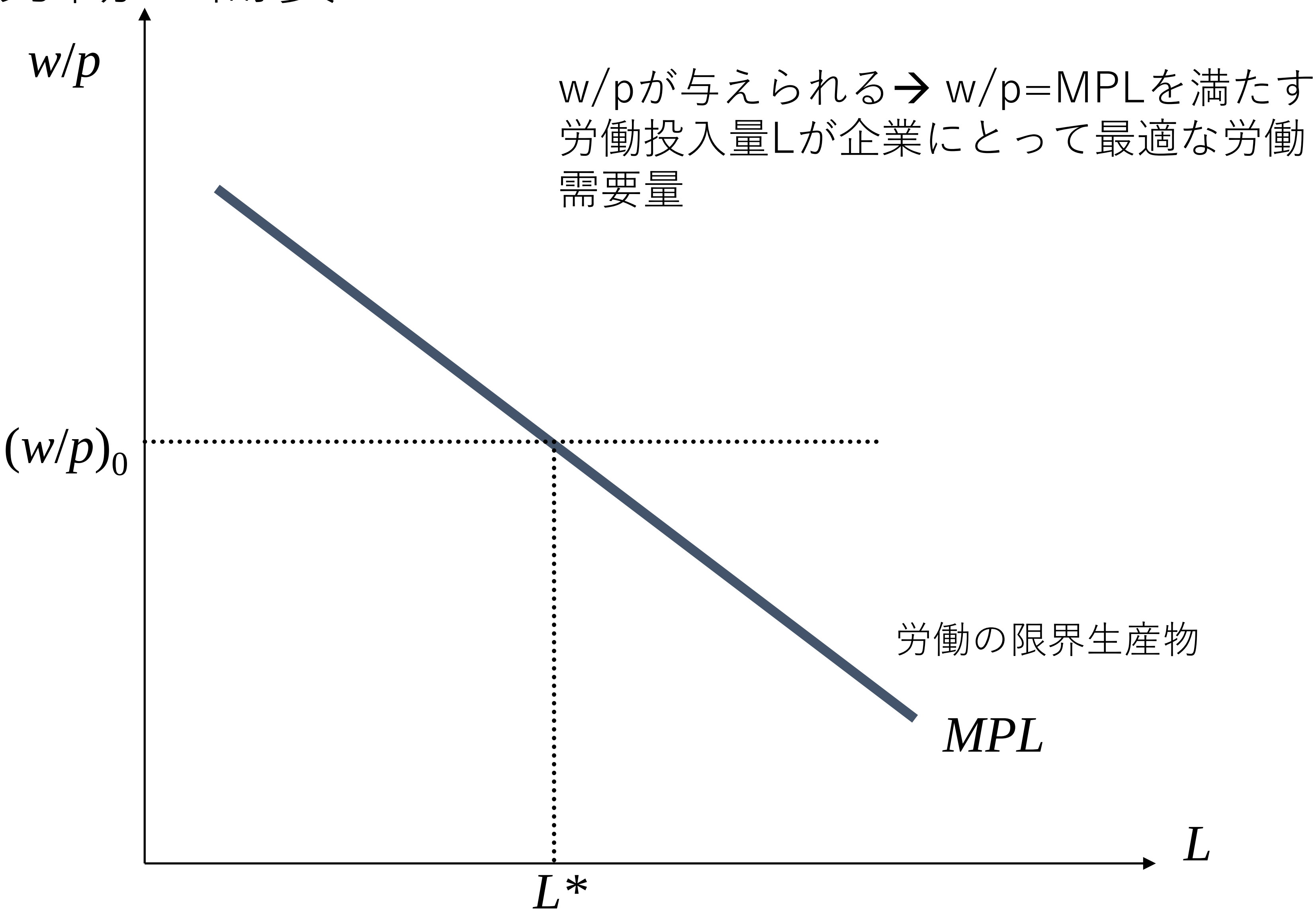
$\pi = pF(K_0, L) - wL - rK_0$

利潤最大化の条件

$p\,MPL = w$　(労働の限界生産物の価値=労働1単位の費用)

$MPL = w/p$　(労働の限界生産物=実質賃金）

労働の需要


w/pが与えられる→ w/p=MPLを満たす労働投入量Lが企業にとって最適な労働需要量
w/p
(w/p)0
労働の限界生産物
MPL
L
L*

生産要素の需要(2)　一般的なケース

- n種類の生産要素，生産物市場と生産要素市場は競争的とする

  生産物価格p, 生産要素価格w_i は与えられている
- 費用最小化

  $\min C = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \quad \text{s.t. } f(x_1, x_2, \cdots, x_n) = \bar{y}$
- 費用最小化の条件

$$\frac{w_i}{w_j} = RTS_{i,j} \left(= \frac{MP_i}{MP_j} \right)$$

生産要素価格の比率と技術的限界代替率の一致

生産要素の需要(3)　一般的なケース

- 利潤最大化条件

$$\max \pi = pf(x_1, x_2, \cdots, x_n) - \sum_{i=1}^{n} w_i x_i$$

- 利潤最大化の条件

$$p \cdot MP_i = w_i$$

あるいは $MP_i = \frac{w_i}{p}$

限界生産物と生産要素の実質価格の一致

復習

- 2種類の生産要素で1種類の産出物を生産するケースを考える。
- 全ての生産要素が可変的な場合，一定の産出量Qを実現する場合の費用最小化の条件を述べよ。
- 片方の生産要素が固定的な場合，限界費用はなぜ逓増するか。
- 短期平均費用曲線，短期限界費用曲線を描け。
- 長期平均費用曲線と短期平均費用曲線の関係はどうなっているか。
- 労働の需要曲線はなぜ右下がりか。