

回帰分析 重回帰(2)

仮説検定

仮説検定

今回は係数の制約についての検定を取りあげます。理論的な部分は「回帰分析（重回帰）」reg2.pdfを参照してください。

- 単一の制約
 - t検定
- 複数の制約
 - F検定
- F検定の応用
 - 構造変化，最適なモデルの決定

回帰分析の前提

まず、回帰分析の前提です。回帰モデルの前提を行列で表現すると次のようになります。

- 線型性

$$y = X\beta + u$$

- 誤差項は互いに独立で同一の正規分布に従う

$$u \sim N(0, \sigma^2 I)$$

- 多重共線性は無い

X : full rank $\Leftrightarrow (X'X)$ の逆行列が存在する

最小二乗推定量

最小二乗法による係数の推定値を行列で表現すると次のようになります。

$$b = (X'X)^{-1}X'y = \beta + (X'X)^{-1}X'u$$

$$\hat{y} = Xb = X(X'X)^{-1}X'y \equiv Py$$

$$e = y - \hat{y} = (I - P)y \equiv My$$

$$X'e = 0$$

誤差項の分散の推定値

$$s^2 = \frac{e'e}{n - (k + 1)} = \frac{RSS}{n - (k + 1)}$$

RSS: 残差平方和 Residual Sum of Squares

最小二乗推定量(2)

係数の最小二乗推定量は、誤差項の分散が既知なら次の正規分布にしたがいます。

$$b \sim N(\beta, \sigma^2 (X'X)^{-1})$$

特に b_j の分布は次の正規分布に従います

$$\frac{b_j - \beta_j}{\sqrt{\text{var}(b_j)}} \sim N(0, 1)$$

ここで、 $\text{var}(b_j) = \sigma^2 / S_{xx}^j$ で、分母は x_j の平均値の周りの固有の平方和、すなわち、 x_j の平方和のうち他の説明変数で説明できる部分を除いた平方和を表します（この理由は難しいです）。ただし、上の式で σ^2 （誤差項の分散）は未知のパラメータです。したがって、上の式を仮説検定に用いることはできません。

→ σ^2 の最小二乗推定量 $s^2 = RSS / (n - (k + 1))$ を用いる。 RSS は残差平方和

個々の係数の検定 t 検定

次の統計量 z と x を考えます

$$z = \frac{b_j - \beta_j}{\sqrt{\text{var}(b_j)}} = \frac{b_j - \beta_j}{\sigma \sqrt{1/S_{xx}^j}} \quad x = \frac{RSS}{\sigma^2} = \frac{(n - (k + 1))s^2}{\sigma^2}$$

z は標準正規分布， x は自由度 $n - (k + 1)$ のカイ二乗分布に従います。そこで， t 分布の定義から

$$\frac{z}{\sqrt{x / (n - (k + 1))}} = \frac{b_j - \beta_j}{\sigma \sqrt{1/S_{xx}^j}} \cdot \frac{1}{\sqrt{s^2 / \sigma^2}} = \frac{b_j - \beta_j}{\sqrt{s^2 / S_{xx}^j}} = \frac{b_j - \beta_j}{s.e.(b_j)}$$

が自由度 $(n - (k + 1))$ の t 分布に従うことが導かれます。

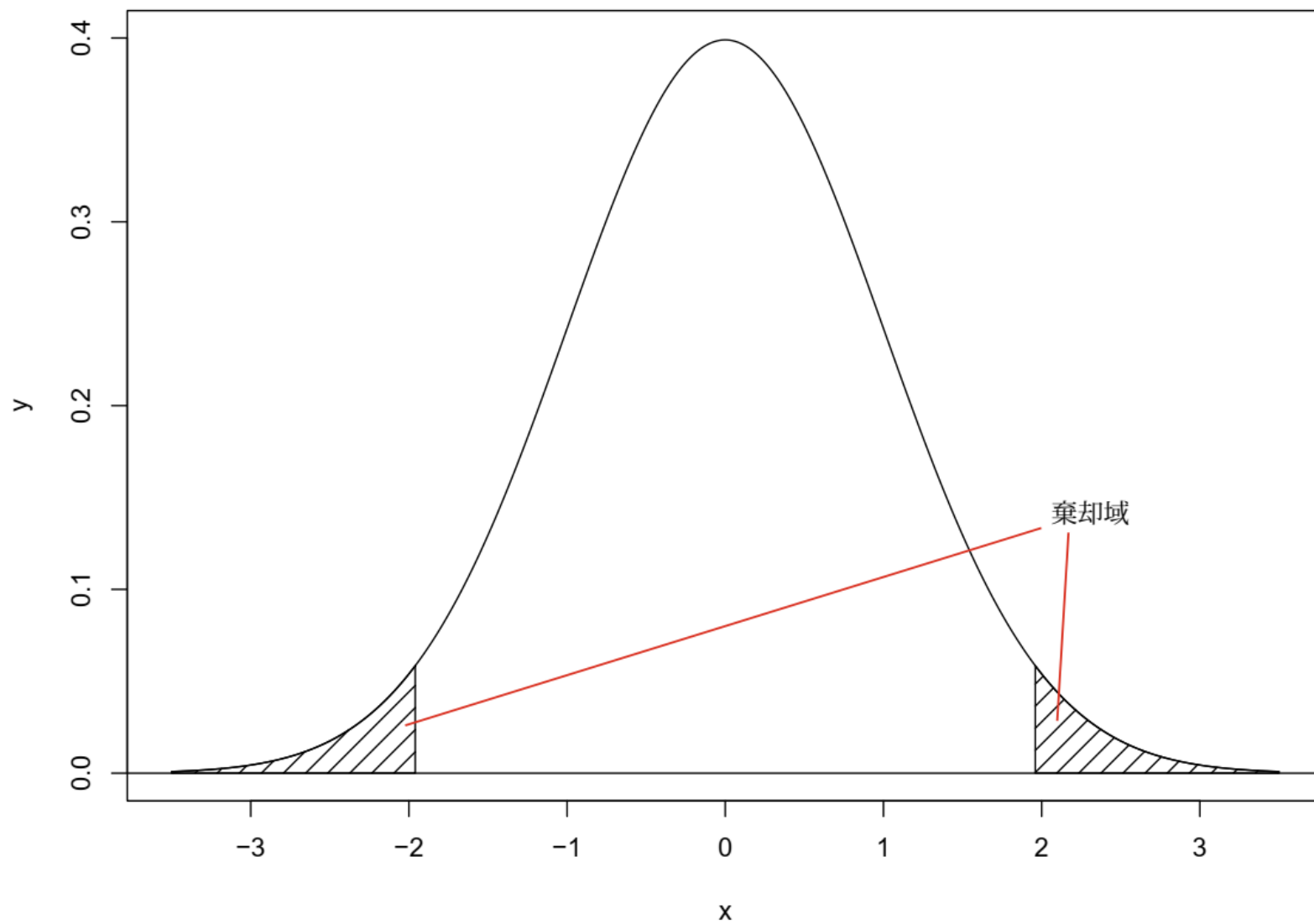
仮説検定 単一の制約

- 仮説 $H_0: \beta_j = \beta_j^0$
- H_0 が真の場合、最小二乗法による推定値 b_j は次の分布にしたがう

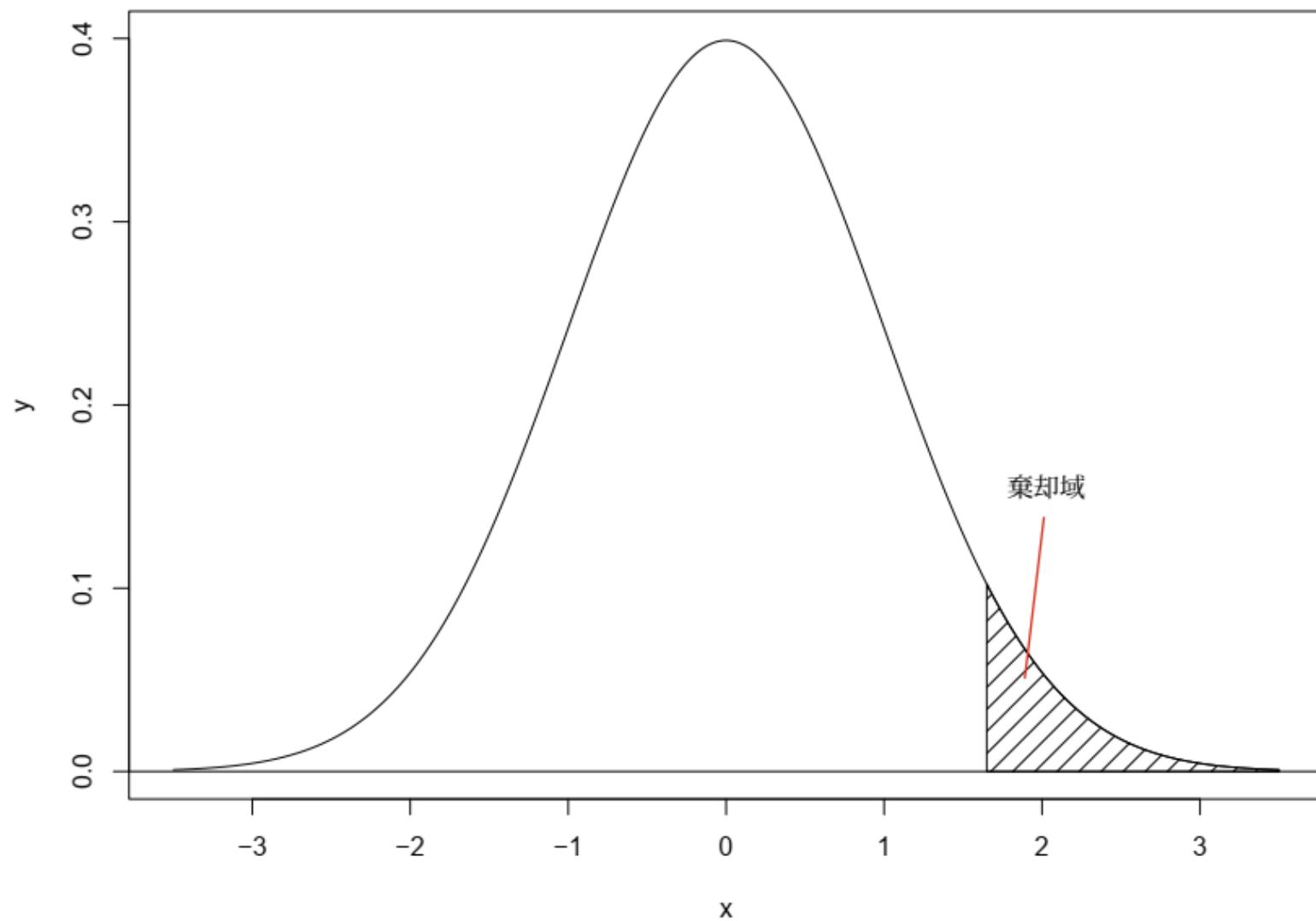
$$\frac{b_j - \beta_j^0}{\text{s.e.}(b_j)} \sim t(n - (k + 1))$$

- 特に $\beta_j^0 = 0$ の場合（係数の真の値は0に等しい）の仮説検定は、回帰分析のoutput（t値およびp値）をみるだけでよい
- 一般的には、p値が0.05未満なら、係数=0の仮説は棄却される
 - 統計量 $(b_j - \beta_j^0)/\text{s.e.}(b_j)$ が棄却域に入れば仮説を棄却，そうでなければ仮説を受け入れる（棄却しない）
 - 次ページの図を参照（両側検定と片側検定がある）

両側検定



片側検定



個々の係数の検定

係数の推定値

Call:

lm(formula = lwage ~ educ + exper + tenure) 標準誤差

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max
-2.05802 -0.29645 -0.03264 0.28788 1.42809

$$t = \frac{b}{\text{s.e.}(b)} = \frac{b-0}{\text{s.e.}(b)}$$

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.284359	0.104190	2.729	0.00656 **
educ	0.092029	0.007330	12.555	< 2e-16 ***
exper	0.004121	0.001723	2.391	0.01714 *
tenure	0.022067	0.003094	7.133	3.29e-12 ***

個々の係数=0という仮説
検定には t 値と p 値をみる

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

2e-16は $2.0 \times 10^{(-16)}$
という意味

Residual standard error: 0.4409 on 522 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.316, Adjusted R-squared: 0.3121

F-statistic: 80.39 on 3 and 522 DF, p-value: < 2.2e-16

experの p 値: experの係数の真の値が0 のとき, t値の絶対値が2.391よりも大きくなる確率 (両側確率)

係数の信頼区間

- 係数の推定値は次の確率分布にしたがう

$$\frac{b_j - \beta_j^0}{\text{s.e.}(b_j)} \sim t(n - (k + 1))$$

両側5%の臨界値は97.5%点なので、この97.5%点を $t_{0.975}$ で表すと、 b_j の信頼区間（95%信頼区間）は次の通りになる。

$$\beta_j^0 - t_{0.975} \cdot \text{s.e.}(b_j) \leq b_j \leq \beta_j^0 + t_{0.975} \cdot \text{s.e.}(b_j)$$

- R : `confint(object名)` で係数の信頼区間が出力される

問題1

データセット: wage1.xls(wage1.raw)

被説明変数: lwage

説明変数: educ, exper, tenure

1. 次の仮説をそれぞれ検定せよ。

- a. educの係数が0に等しい
- b. educの係数が0.105に等しい
- c. experの係数が0.003に等しい

2. 係数の95%信頼区間を求めよ

- Rでは`confint(object名)`を用いる

問題1の解説 係数, および標準誤差等の求め方

- R の場合

`coef(object名)` で係数のベクトル

`coef(object名)[n]` でn番目の係数

`coef(summary(object名))[,2]` で標準誤差のベクトル

`coef(summary(object名))[n,2]` でn番目の係数の標準誤差

`qt(p, df)` : 自由度dfの t 分布の累積確率 p の点を返す

`pt(t0,df)`: 自由度dfのt分布に従う確率変数がt0の値をとる時の累積確率を返す

- 例)

```
b1 <- coef(wage1.lm)[2]          # 係数をb1に代入
```

```
se <- coef(summary(wage1.lm))[2, 2] # s.e.をseに代入
```

```
t1 <- (b1 - .105)/se              # 検定のための統計量をt1に代入
```

```
pt(t1, 522)                       # t1の累積確率を計算し, この値をもとに仮説検定を行う
```

```
qt(0.975, 522)                   # 自由度522のt分布に従う確率変数の累積確率が97.5%点をもとめる (両側確率が5%になる)
```

- Excelに係数, 標準誤差をコピーして計算することもできる

回帰分析の結果を取り出す方法 R

回帰の結果をwage1.lmに保存した場合

- 単一の仮説
 - $H_0: \beta_j=0 \rightarrow \text{summary(wage1.lm)}$ で t 値, p 値をみる
- 係数の信頼区間
 - `confint(wage1.lm)`
- 回帰係数の値は`coef(wage1.lm)`で取り出せるが, 標準誤差, t 値は次のようにする
`coef(summary(wage1.lm))` で係数, s.e. t-value, p-valueの行列が出力される
`coef(summary(wage1.lm))[,n]` で係数, s.e., t 値, p 値が取り出せる (`[,n]` は行列の第 n 列を表す)
n=1: 係数, n=2: s.e., n=3: t 値, n=4: p 値
`coef(summary(wage1.lm))[2,2]` とすると行列の(2,2)成分

複数の制約

- $H_0: R\beta = q$ を考える

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \beta_1 = 0, \beta_2 = 0$$

- H_0 が真 $\rightarrow Rb \sim N(q, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$
- σ^2 は未知なので $\frac{W/r}{V/(n-(k+1))}$ が自由度 $(r, n-(k+1))$ のF分布に従うことを用いて仮説検定
 - $W = (Rb - q)' [\sigma^2 R(X'X)^{-1}R']^{-1} (Rb - q) \sim X^2(r)$
 - $V = \frac{e'e}{\sigma^2} = \frac{SSR}{\sigma^2} \sim X^2(n - (k + 1))$
 - W と V は独立
 - r : 制約の数

複数の制約(2)

$$H_0: \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \dots, \beta_r = 0 \quad (R\beta = q)$$

- この検定は次のF検定と同値であることが知られています。

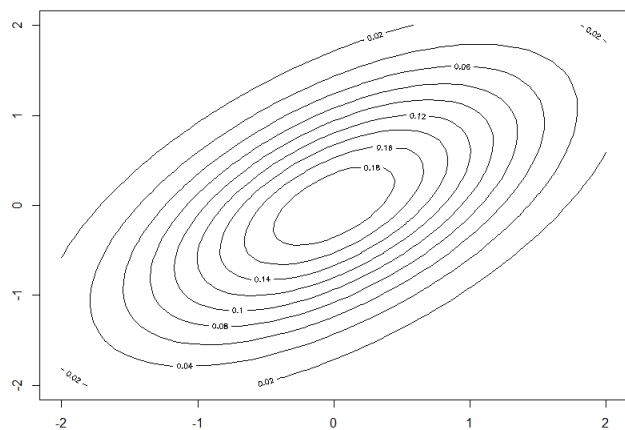
$$\frac{(RRSS - URSS)/r}{URSS/(n - (k + 1))} \sim F(r, n - (k + 1))$$

- RRSS (Restricted Residual Sum of Squares: 制約付きの残差平方和)
- URSS (Unrestricted Residual Sum of Squares: 制約無しの残差平方和)
- r : 制約の数
- $n - (k + 1)$: 制約無しの回帰での自由度
- 上の統計量の直感的なイメージは、原点 ($\beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \dots, \beta_r = 0$) からの距離を表し、原点からの距離が十分大きければ仮説 H_0 は真ではないことを意味します

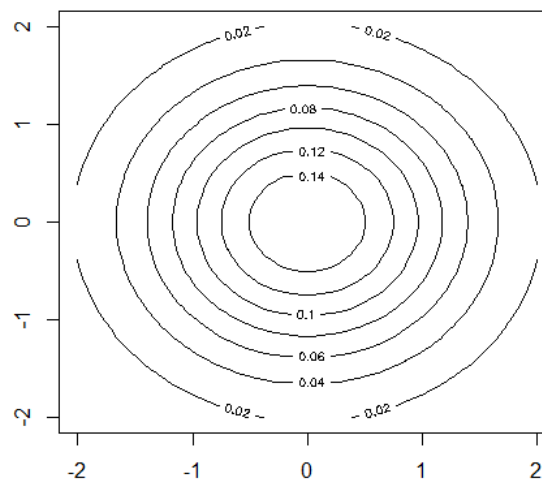
複数の制約 (3)

- 前々ページの $Rb \sim N(q, \sigma^2 R(X'X)^{-1}R')$
- $H_0: \beta_1 = 0, \beta_2 = 0$ のケースでは, R は b_1, b_2 の同時分布を取り出す行列
- $X'X$ を対角化する (固有ベクトルの空間で考える) $\rightarrow$ 互いに独立な標準正規分布に帰着

b_1, b_2 の同時分布の密度関数



互いに独立な2次元の標準正規分布に帰着



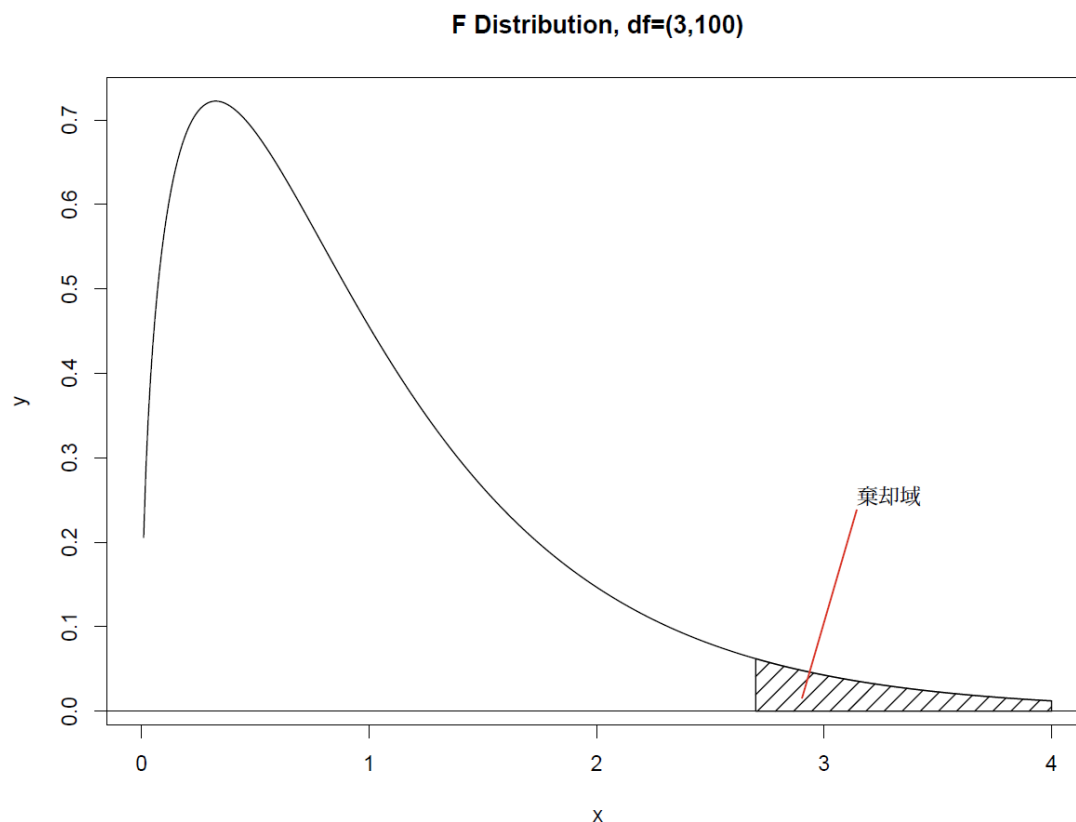
H_0 が正しければ, b_1, b_2 の推定値は $(0, 0)$ に近いはず $\rightarrow$ 原点からどのくらいは離れているか $\rightarrow$ 右の図の横軸を z_1 , 縦軸を z_2 とすると $z_1^2 + z_2^2$ で測ることができる $\rightarrow$ カイ二乗分布

仮説の検定

$$\frac{W/r}{V/(n-(k+1))} \sim F(r, n - (k + 1))$$

$$\frac{(RRSS - URSS)/r}{URSS/(n - (k + 1))} \sim F(r, n - (k + 1))$$

- W: 前ページ右側のグラフの中心からの距離の2乗
- RRSS-URSS: 制約によって当てはまりがどれだけ悪化したかを表す
- WもRRSS-URSSも、その値が大きいほど、仮説が正しくない可能性が高くなる
- σ^2 が未知であるため、F検定



Rの出力

Call:

```
lm(formula = lwage ~ educ + exper + tenure)
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.05802	-0.29645	-0.03264	0.28788	1.42809

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.284359	0.104190	2.729	0.00656 **
educ	0.092029	0.007330	12.555	< 2e-16 ***
exper	0.004121	0.001723	2.391	0.01714 *
tenure	0.022067	0.003094	7.133	3.29e-12 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4409 on 522 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.316, Adjusted R-squared: 0.3121

F-statistic: 80.39 on 3 and 522 DF, p-value: < 2.2e-16

全ての説明変数の係数が0という仮説検定のF統計量およびp値

係数制約の検定(F検定) R

Rでいくつかの方法があります。

1. 制約付きの残差平方和，制約なしの残差平方和の値から半ばで手動で計算する方法
 2. 関数 `waldtest()` を用いる方法
 - パッケージ `lmtest` が必要
 3. 関数 `linearHypothesis()` を用いる方法
 - パッケージ `car` が必要
- 2番目の方法が一番簡単

係数制約の検定：R

$$\frac{(RRSS - URSS)/r}{URSS/(n - (k + 1))} \sim F(r, n - (k + 1))$$

- 上の統計量を計算してF値を求める方法（exper, tenureの係数がともに0という仮説の検定）

#残差平方和はdeviance(object)で取り出す

```
wage1.lm <- lm(lwage ~ educ + exper + tenure) # 制約なし回帰
```

```
wage2.lm <- lm(lwage ~ educ) # 制約付き回帰
```

```
rss1 <- deviance(wage1.lm) # 制約なし残差平方和 urss
```

```
rss2 <- deviance(wage2.lm) # 制約つき残差平方和 rrss
```

```
ff <- rss2 - rss1 # rrss - urss
```

```
ff1 <- ff/2 # 制約は2つ (r=2)
```

```
ff2 <- rss1/(522) # 分母 この回帰の場合の自由度は522
```

```
fff <- ff1/ff2 # F統計量 この場合, fff=49.685です
```

```
1 - pf(fff, 2, 522) # 自由度(2, 522)のF分布に従う確率変数がfffより大きくなる確率  
[1] 0 # 仮説は棄却される
```

```
qf(.95, 2, 522)
```

```
[1] 3.012991 # 自由度(2, 522)のF分布に従う確率変数の95%点
```

係数制約の検定：R waldtest()

- waldtest() を用いる（パッケージlmtestが必要）
- Rstudioの右下のWindowでpackageタブを選択し，lmtestにチェックを入れる
- 次の回帰を行う

制約なしモデル → wage1.lm

制約付きモデル → wage2.lm

#wage2.lmはexperとtenureの係数がともに0という制約を課したモデル

waldtest(wage1.lm, wage2.lm) ← 制約なしモデルと制約付きモデルの順番は逆の方がいいかもしれない

Wald testの出力

Model 1: lwage ~ educ + exper + tenure

Model 2: lwage ~ educ

	Res.Df	Df	F	Pr(>F)
1	522			
2	524	-2	49.685	2.2e-16 ***

exper,tenureの係数がともに0という仮説が正しいとした場合のF統計量は49.685

p 値は 2.2×10^{-16}
exper,tenureの係数がともに0という仮説は棄却される

係数制約の検定：R linearHypothesis()

- linearHypothesis() 関数を用いる
linearHypothesis(object, 制約式の行列, 右辺)
- car という package を読み込む必要
 - Rstudio の右下のwindowから読み込む
- 係数制約の行列による表現
 - lwage~educ + exper + tenure でexper, tenureの係数がともにゼロ

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

```
lhs <- rbind(c(0,0,1,0),c(0,0,0,1))
```

```
rhs <- c(0,0)
```

```
linearHypothesis(wage1.lm, lhs, rhs)
```

r hs: 省略すれば0
(rhsのdefaultは0)

car packageを読み込んで
上のコマンドを実行
上の式のlhs は次の式の左
辺の行列を代入したもの

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

c () は連結関数
(concatenate)でベクトルを
作る
rbind() は rowbind でベクトル
を行方向に加える関数
cbind() ccolumnbindは列方
向に加える関数

Linear hypothesis test

Hypothesis:

exper = 0

tenure = 0

制約つき, 制約なしの
残差平方和

Model 1: restricted model

Model 2: lwage ~ educ + exper + tenure

	Res.Df	RSS	Df	Sum of Sq	F	Pr(>F)
1	524	120.77				
2	522	101.46	2	19.314	49.685	< 2.2e-16 ***

Signif. codes:

0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

F統計量

`linearHypothesis( model, lhs, rhs)`

もう少し簡単な方法

左辺(lhs)の指定

右辺の指定

変数の名前を用いて書くこともできる(rhsのdefaultは0)

賃金方程式(wage1.lm)で $H_0: \text{exper}=0, \text{tenure}=0$ の検定

`linearHypothesis(wage1.lm, c("exper", "tenure"))`

あるいは

`lhs=c("exper", "tenure")`

`linearHypothesis(wage1.lm, lhs)`

$H_0: \text{exper} - \text{tenure} = 0$ の場合

`linearHypothesis(wage1.lm, "exper - tenure")`

`linearHypothesis(wage1.lm, "exper - tenure=0")`

具体例はhelpを参照せよ

問題 2

- データセット wage1.xls(wage1.raw)

被説明変数 lwage

説明変数 educ, exper, tenure, female

- 次の仮説を検定せよ

1. 全ての説明変数の係数が0に等しい
2. femaleの係数が0である
3. exper と tenure の係数が共に0である
4. 説明変数に female * educ (femaleとeducの交互差項) を加えた回帰を行い, femaleおよび female*educ の係数がともに0という仮説

問題 3

- データセット `mlb1.xls(mlb1.raw)`
 - アメリカのプロ野球選手の成績, 年俸のデータ
- モデル
 - 被説明変数: `log(salary)`
 - 説明変数: `years, gamesyr, bavg, hrunsyr, rbisyr, runsyr, fldperc, allstar, frstbase, scndbase, thrdbase, shrtstop, catcher`, (baseはoutfield)
- 次の仮説を検討せよ。
 - 他の要因を一定にした場合, 捕手と外野手の年俸は同じ (`catcher`の係数=0)
 - 他の要因を一定にした場合, 守備位置の違いは年俸に影響を与えない(`frstbase, …, catcher`までの守備位置ダミーの係数がすべて0)

F 検定の応用 Chowテスト

- 構造変化の検定
 - 例) 消費関数, 投資関数の推計
 - T個の時系列データ
 - 時点s以降で構造変が起きたかどうかの検定
- 全体を二つの期間に分割
 - 時点ダミーを導入して $\gamma=0$ の検定を行う

$$y_t = \beta' x_t + \gamma' D_t x_t + u_t$$

$$D_t = \begin{cases} 0 & t = 1, \dots, s \\ 1 & t = s + 1, \dots, T \end{cases}$$

$$\frac{(RRSS - URRS)/k}{URRS/T - 2k} \sim F(k, T - 2k)$$

- かつてはよく行われた検定ですが, 現在のマクロ経済学では時系列分析の手法の発展によりあまり使われなくなっています。

最適なモデルの決定

- 実際の分析では、何が真のモデルかわからないのが普通です
- 通常、説明力のありそうな変数を選択して、その説明変数の係数が0に等しいという仮説を検定することで、最適な説明変数を選んでいきます（t 検定，F 検定）
- 以上の手順を自動的に行う手法が統計ソフトに組み込まれている場合があります
 - 変数増減法(stepwise regression)
- また、定式化の異なる複数のモデルを推定し、機械的に最適なモデルを決める方法もあります。それには次の統計量を用いる方法があります
 - adjusted R^2 を用いる方法
 - AIC基準（Akaike Information Criteria）を用いる

AIC（赤池情報量基準）

AICは次の式で定義されます

$$AIC = -2 \ln L + 2k$$

- ここで $\ln L$ は対数尤度（マイナスの値で0に近いほど当てはまりが良い）で、 k はパラメータの数（説明変数の数）を表します
- 最適なモデルの判断→あてはまりが良いほど良いモデルであり、パラメータの数が少ないほど良いモデル

→AICを最小にするようなモデルを選ぶ

AICの出力方法

R: AIC(object名) ; 対数尤度(loglikelihood) logLik(object名)

Stata: メニューからStatistics/ Postestimation/
Specification, .../ Information criteria

最適なモデルの決定(2)

- RESET

- Ramsey Regression Equation Specification Error Test
- t検定やF検定に基づくモデルの決定、あるいはAICや決定係数に基づくモデルの決定では、説明変数としてどの変数を選択するかを考えています
- しかし、関数形が適切かという問題もあります。例えば、 y は x の1次関数ではなく、2次関数や3次関数による定式化の方が適切かもしれません。RESETは線型モデルが適切か（あるいは残差に非線形効果が残っていないか）のテストをすることで、回帰式の特定化の誤りを検出するテストです。

- non nested model

- t検定やF検定に基づく検定は、説明変数にある変数を入れることが適切か否かを決める→ nested model (入れ子式モデル) とよばれる
- 一方、説明変数として x_1 を入れるのが正しいのか、それとも x_2 を入れるのが正しいのかというnon nested model (非入れ子式モデル) の選択もあります

RESET

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k + u \quad (1)$$

上のモデルを推計し， y の予測値を得る。 y の予測値の平方，3乗の項，...を説明変数に加えた次のモデルを推計する

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k + \gamma_1 \hat{y}^2 + \gamma_2 \hat{y}^3 + u \quad (2)$$

H0: (1)の定式化が正しい $\rightarrow \gamma_1 = \gamma_2 = 0$

R: `resettest(object名)` , パッケージ `lmtest` が必要

Non nested model

- mlb1.xlsのMLB選手の年棒の回帰分析では、hrunsyr(ホームラン数)とrbisyr(打点)はともに、有意ではなかった(二つの変数の単相関は0.89と非常に高いため)。
 - 注) 複数の変数の相関係数の出し方
 - `vargroup <- cbind(bavg,hrunsyr,rbisyr,runsyr)`
 - `cor(vargroup)`
- そこで、次の二つのモデルのどちらが適切かを選択する必要に迫られたとする。

$$H_1: \log(\text{salary}) = \beta_0 + \beta_1 \text{years} + \beta_2 \text{gamesyr} + \beta_3 \text{bavg} + \beta_4 \text{hrunsyr} + u$$

$$H_2: \log(\text{salary}) = \beta_0 + \beta_1 \text{years} + \beta_2 \text{gamesyr} + \beta_3 \text{bavg} + \beta_4 \text{rbisyr} + u$$

J test

- どちらか一方のモデルが正しいモデルであれば、他方のモデルで得られた予測値は説明力を持たない
- (例) H_2 で推定したモデルの予測値($y2hat$)を説明変数として H_1 に代入して、 $\beta_5=0$ の検定を行う

$$\log(salary) = \beta_0 + \beta_1 years + \beta_2 gamesyr + \beta_3 bavg + \beta_4 hrunsyr + \beta_5 y2hat + u$$

- 同様に、 H_1 で推定したモデルの予測値($y1hat$)を説明変数として H_2 に代入して、 $\beta_5=0$ の検定を行う
- 両方のテストとも棄却される場合がある→別のモデル

Rでの回帰分析の統計量

回帰分析の結果がobjectに保存されている場合

`summary(object)` 回帰分析の結果

`coef(object)` 係数の推定値

`resid(object)` 残差

`fitted(object)` 回帰モデルの推定値

`deviance(object)` 残差平方和

`plot(object)` 残差のチェックのためのグラフ

`confint(object)` 係数の信頼区間

`coef(summary(object))` 係数, s.e. t値, p値の行列

`coef(summary(object))[,n]` n=1:係数, n=2:標準誤差, n=3:t値, n=4:p値

回帰の標準誤差, F値, 自由度修正済み決定係数, 自由度

例) `coef(summary(wage1.lm))[,2]` → 回帰モデル(wage1.lm)の標準誤差

`summary(object)$sigma`

`summary(object)$fstatistic`

`summary(object)$adj.r.squared`

`summary(object)$df`

回帰係数は`coef()`で取り出せるが, t値, 標準誤差, p値は多少面倒



Rの統計関数(2)

分布	pdf	cdf	Quantile	乱数
bnomial	dbinom(x,n,p)	pbinom(x,n,p)	qbinom(q,n,p)	rbinom(R,n,p)
uniform	dunif(x,a,b)	punif(x,a,b)	qunif(q,a,b)	runif(R,a,b)
logistic	dlogis(x)	plogis(x)	qlogis(q)	rlogis(R)
std normal	dnorm(x)	pnorm(x)	qnorm(q)	rnorm(R)
normal	dnorm(x,m,s)	pnorm(x,m,s)	qnorm(q,m,s)	rnorm(R,m,s)
chi squared	dchisq(x,df)	pchisq(x,df)	qchisq(q,df)	rchisq(R,df)
t	dt(x,df)	pt(x,df)	qt(q,df)	rt(R,df)
F	df(x, df1, df2)	pf(x, df1, df2)	qf(q,df1,df2)	rf(R,df1,df2)

df:自由度、df1:分子の自由度、df2:分母の自由度、R:乱数のサイズ
m: 期待値、s:標準偏差、uniform distributionのa,b は分布の下限と上限